

VERIFICA DI MATEMATICA

(Attenzione: i punteggi a lato di ciascun esercizio sono indicativi.)

Classe 5ALX

Cognome

Nome

data 14/02/2012

Nota: pena l'annullamento dell'esercizio, non usare il bianchetto. Non usare la penna rossa.

1. Della seguente funzione: studia dominio naturale e segno; determina gli eventuali asintoti; traccia, sulla base di queste informazioni, un grafico che può descrivere l'andamento della funzione

$$y = \sqrt{\frac{x^3}{4x-2}} \quad [22 \text{ p.}]$$

2. Calcola il valore dei seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{(x+3)^3}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^n + x + 1}{x^2 - 1}$ (discuti al variare di $n \in \mathbb{N}$) [8x4=32 p.]

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x + \cos x}{x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\sin x} \cdot \ln(1 - \tan x) \right\}$

3. Stabilisci se le seguenti funzioni soddisfano, nell'intervallo indicato, il teorema di Weierstrass:

$$y = \begin{cases} \frac{e^{3x}-1}{x} & \text{per } x \neq 0 \\ 3 & \text{per } x = 0 \end{cases} \quad \text{in } [-1; +1]$$

$$y = \frac{x}{|x|} \sin x \quad \text{in } [-3; 5] \quad [14 \text{ p.}]$$

4. Cosa consente di affermare il teorema di esistenza degli zeri riguardo alle soluzioni della equazione $\ln x = e^x$ nell'intervallo $[0; 1]$? E nell'intervallo $\left[\frac{1}{10}; \frac{9}{10}\right]$? [12 p.]

5. Ricerca, se esistono, i punti di discontinuità della seguente funzione e classificali: [10 p.]

$$f(x) = \begin{cases} 3x + \frac{\sqrt{4x^2}}{x} & \text{per } x \neq 0 \\ 2 & \text{per } x = 0 \end{cases}$$

6. Determina il valore dei parametri affinché la seguente funzione sia continua su tutto \mathbb{R} : [10 p.]

$$f(x) = \begin{cases} \cos x + a & \text{per } x \leq 0 \\ 3 + x + 3a - 3b & \text{per } 0 < x \leq 1 \\ x^2 + bx + a + 1 & \text{per } x > 1 \end{cases}$$

VERIFICA DI MATEMATICA

(Attenzione: i punteggi a lato di ciascun esercizio sono indicativi.)

Classe 5ALX

Cognome

Nome

data 14/02/2012

Nota: pena l'annullamento dell'esercizio, non usare il bianchetto. Non usare la penna rossa.

1. Della seguente funzione: studia dominio naturale e segno; determina gli eventuali asintoti; traccia, sulla base di queste informazioni, un grafico che può descrivere l'andamento della funzione

$$y = \sqrt{\frac{x^3}{9x-3}} \quad [22 \text{ p.}]$$

2. Calcola il valore dei seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - x - 10}{(x+2)^3}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^n - x + 5}{2x^2 - 1}$ (discuti al variare di $n \in \mathbb{N}$) [8x4=32 p.]

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x + \cos x}{x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \{\cot x \cdot \ln(1 - \sin x)\}$

3. Stabilisci se le seguenti funzioni soddisfano, nell'intervallo indicato, il teorema di Weierstrass:

$$y = \begin{cases} \frac{\ln(1+2x)}{x} & \text{per } x \neq 0 \\ 2 & \text{per } x = 0 \end{cases} \quad \text{in } [-1; +1]$$

$$y = \frac{x}{|x|} \tan x \quad \text{in } [-3; 5] \quad [14 \text{ p.}]$$

4. Cosa consente di affermare il teorema di esistenza degli zeri riguardo alle soluzioni della equazione $\ln x = e^x$ nell'intervallo $[0; 1]$? E nell'intervallo $\left[\frac{1}{10}; \frac{9}{10}\right]$? [12 p.]

5. Ricerca, se esistono, i punti di discontinuità della seguente funzione e classificali: [10 p.]

$$f(x) = e^{\frac{x^2}{x-1}}$$

6. Determina il valore dei parametri affinché la seguente funzione sia continua su tutto \mathbb{R} : [10 p.]

$$f(x) = \begin{cases} \ln(1-x) + a & \text{per } x \leq 0 \\ x - 3a - 3b & \text{per } 0 < x \leq 1 \\ bx^2 + x + a + 1 & \text{per } x > 1 \end{cases}$$