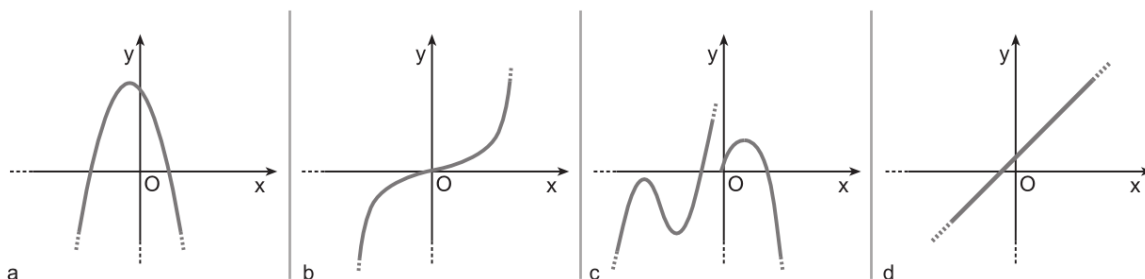


Prova di ingresso di Matematica

- 1) E' data la famiglia di curve di equazione $\frac{x^2}{4-k} + \frac{y^2}{1-2k} = 1$ con $k \in \mathbb{R}$

Determinare i valori di k per i quali si ottengono:

- a) Ellissi
 - b) Una circonferenza
 - c) Ellissi con fuochi su asse x
 - d) Ellisse tangente alla retta $x = \frac{17}{4}$
 - e) Ellisse che passa per il punto $(1; \frac{5}{\sqrt{6}})$
 - f) Sostituire il k trovato al punto e) e trovare l'equazione dell'ellisse corrispondente. Disegnarne il grafico ed esplicitare vertici, fuochi ed eccentricità
- 2) Trova la misura della corda staccata dalla parabola di equazione $y = 2x^2 - 8x$ sulla retta di equazione $y = 3x - 12$. Su quale retta orizzontale la stessa parabola stacca una corda congruente?
- 3) Della seguente funzione reale $y = f(x) = \frac{\log_2(2x+3)}{\sqrt{x^2 - 7x + 12}}$, determina:
- a) il dominio naturale
 - b) l'immagine di 1
 - c) $f(1) + \sqrt{2} \cdot f(0) =$
 - d) $f^{-1}(0) =$
- 4) Ciascuno dei seguenti grafici rappresenta una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. Indica per ognuno se si tratta di una funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva.



- 5) Data la funzione $f: \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$, trovine il codominio e la funzione inversa f^{-1} e stabilisci la monotonia di f e f^{-1} .

VERIFICA DI MATEMATICA

(Attenzione: i punteggi a lato di ciascun esercizio sono indicativi.)

Classe 5ALX

Cognome

Nome

data 24/10/2011

Nota: pena l'annullamento dell'esercizio, non usare il bianchetto. Non usare la penna rossa.

1. Rispondi alle seguenti domande:

[8 p.]

- Considera un'iperbole riferita agli assi cartesiani. Quali rette passanti per l'origine hanno un'intersezione non vuota con essa?
- Cosa si intende per "funzione periodica"? Qual è il periodo di $f(x) = \frac{1}{4} \tan 3x$?

2. E' data la famiglia di curve di equazione $\frac{x^2}{12k+4} - \frac{y^2}{36-4k^2} = -1$ con $k \in \mathbf{R}$ [36 p.]

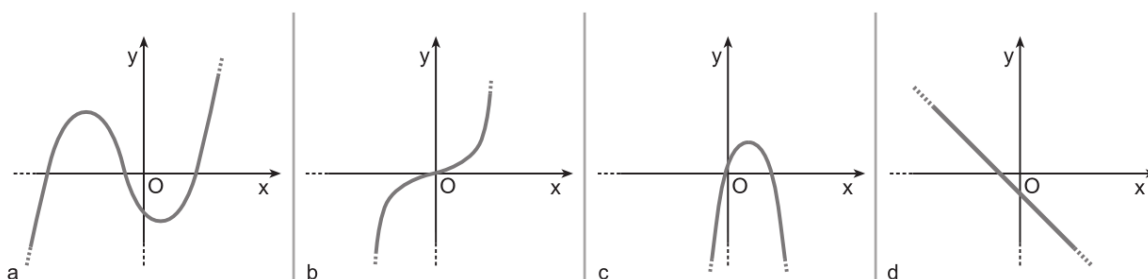
Determinare i valori di k per i quali si ottengono:

- un'iperbole con fuochi sull'asse x
- un'ellisse
- un'iperbole equilatera

Fissato $k = 1$, rappresentare il luogo geometrico ottenuto e trovare:

- le coordinate dei fuochi
- se esiste/esistono, la/e retta/e per $B(4; 8)$ tangente/i al luogo
- l'area del triangolo i cui vertici sono il fuoco di ascissa (se i fuochi sono sull'asse x) o ordinata (se i fuochi sono sull'asse y) minima e i punti di intersezione del luogo geometrico con la retta di equazione $y = 6$.

3. Ciascuno dei seguenti grafici rappresenta una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. Indica per ognuno se si tratta di una funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva. [8 p.]



4. Per ciascuna delle funzioni raffigurate nell'es.3, indica se si tratta di una funzione crescente, decrescente o non monotona. [6 p.]

5. Determina dominio naturale e segno delle funzioni di espressione

$$y = f(x) = \frac{\sqrt{\log_2 x}}{1 - \log_2 x}$$

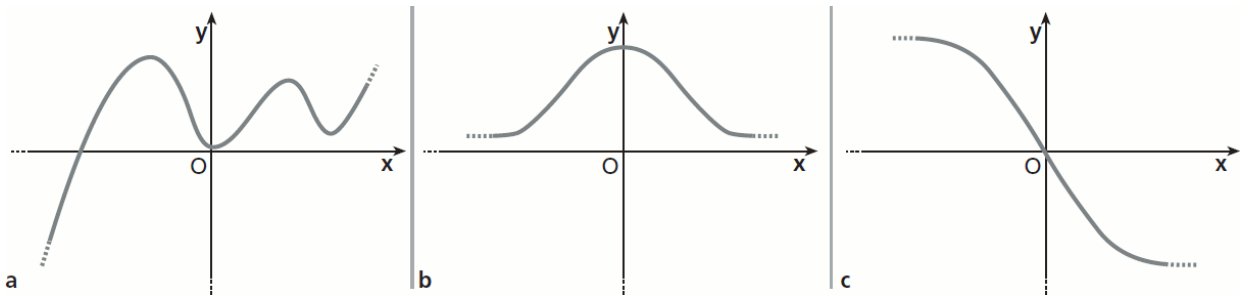
$$y = g(x) = \frac{2 - |x|}{\sqrt[3]{\cos x}} \quad [14 p.]$$

6. Disegna il grafico della funzione $y = f(x) = x^2 - 5x + 6$ dopo aver considerato, se necessario, opportuni insiemi di partenza e di arrivo tali che essa sia invertibile. Ricava quindi grafico ed espressione analitica della funzione inversa. [14 p.]

7. Fra le seguenti funzioni indica quali sono pari, quali dispari e quali né pari né dispari, motivando la risposta.

$$y = 2x^3 - x + 8; \quad y = 2x^2 + |x|; \quad y = \sin(2x) - x. \quad [7 p.]$$

8. Nella figura sono rappresentati i grafici di alcune funzioni. Indica quali sono pari, quali dispari e quali né pari né dispari, motivando la risposta. [7 p.]



9. Considera l'iperbole equilatera di equazione $x^2 - y^2 = a^2$. Indicati con F_1 e F_2 i due fuochi e con O l'origine del riferimento cartesiano, verifica che per un generico punto P dell'iperbole vale la proporzione: $PF_1 : PO = PO : PF_2$, ossia il segmento che congiunge il punto P dell'iperbole con il centro di simmetria è medio proporzionale tra le distanze del punto dai due fuochi.

[per il 10]

TEST DI MATEMATICA PER L'ORALE

Classe 5ALX Cognome Nome data 2/12/2011

(Attenzione: i punteggi a lato di ciascun esercizio sono indicativi.)

1. Rappresenta graficamente la funzione $f: D \rightarrow R$, $f(x) = \frac{2x-3}{4x-8}$ (D è il dominio naturale di tale funzione), individuandone anche i vertici. [10p.]
Qual è il $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$? (risposta secca) [5p.]
2. Scrivi: un intorno completo di 3, un intorno destro di 2, un intorno circolare di -1. [7p.]
3. Cosa significa verificare che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$? [10p.]
4. Studia, nel proprio dominio naturale, la seguente funzione a valori reali: [10p.]
$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$$

e verifica che $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x^2-4x+3} = 0$ [10p.]
5. La funzione dell'es. precedente è continua in 1? (Fac.: e in 0?) [8p.]
6. Verifica che: $\lim_{x \rightarrow 1} \ln(x+2) \neq \ln 4$ [10p.]

TEST DI MATEMATICA PER L'ORALE

Classe 5ALX Cognome Nome data 5/12/2011

(Attenzione: i punteggi a lato di ciascun esercizio sono indicativi.)

1. Rappresenta graficamente la funzione $f: D \rightarrow R$, $f(x) = \frac{2x-4}{2x-3}$ (D è il dominio naturale di tale funzione), individuandone anche i vertici. [10p.]
Qual è il $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^-} f(x)$? (risposta secca) [5p.]
2. Scrivi: un intorno sinistro di -2, un intorno circolare di -1, un insieme A di cui 0 sia un punto di accumulazione. [7p.]
3. Cosa significa verificare che $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$? [10p.]
4. Studia, nel proprio dominio naturale, la seguente funzione a valori reali: [10p.]
$$f(x) = \log_3 \left(\frac{x-2}{x-1} \right) - 1$$

e verifica che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ [10p.]
5. La funzione dell'es. precedente è continua in 1? [8p.]
6. Verifica che: $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x-1} \neq +\infty$ [10p.]

VERIFICA DI MATEMATICA

(Attenzione: i punteggi a lato di ciascun esercizio sono indicativi.)

Classe 5ALX

Cognome

Nome

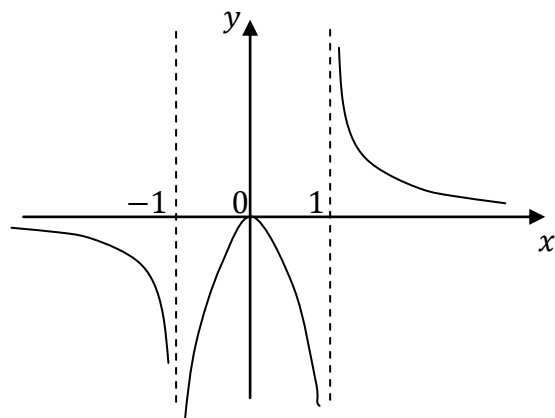
data 12/12/2011

Nota: pena l'annullamento dell'esercizio, non usare il bianchetto. Non usare la penna rossa.

- Determina dominio naturale, segno ed eventuali simmetrie della funzione $y = \frac{x^3}{|x|+1}$. [18 p.]
- Fornisci funzioni f e g , disegnandone anche il grafico, tali che [10 p.]

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$$
- Osservando il grafico, completa: [10 p.]



$$D = \quad C =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

- Verifica i seguenti limiti: [32 p.]
 - $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-2}{x-3} = +\infty$
 - $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_2 x = -\infty$
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$
 - $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-x^2+1} = 0$
- Cosa si intende per limite destro e limite sinistro di una funzione in un punto? [8 p.]
- Enuncia e dimostra il teorema dell'unicità del limite (finito in un punto definito) [12 p.]
- (Facoltativo) Verifica che la funzione $f: D \rightarrow R$, $f(x) = \ln x$ è continua, cioè che è continua in ogni punto del suo dominio naturale D .